Universidade Federal do ABC
Pós-Graduação em Ciência da Computação - 16/06/2018
Prova de Seleção - Mestrado em Ciência da Computação

NOME/RG : ....

Instruções

1. Escreva com caneta o seu nome completo e o RG (ou outro documento com foto e de validade nacional, e, neste caso indicar qual documento utilizado) na **primeira** folha. Nas **demais** folhas escreva apenas o RG, pois a correção da prova será às cegas;
2. As respostas devem ser transcritas com caneta esferográfica;
3. A prova tem duração de duas horas (das 10h00 às 12h00);
4. Cada questão vale 01 (um) ponto;
5. Só serão consideradas para correção as respostas transcritas nas folhas indicadas;
6. As questões serão corrigidas considerando corretude, rigor técnico, clareza, ortografia e gramática;
7. **Respostas sem explicação e justificativa não serão consideradas.**

Questões

Questão 1. Para cada $n \in \mathbb{N}$ seja $D_n = (0, \frac{1}{n})$, onde $(0, \frac{1}{n})$ representa o intervalo aberto de extremos 0 e $\frac{1}{n}$. Determine o conjunto diferença $D_3 - D_{20}$.

Questão 2. Todos os convidados presentes em um jantar tomam chá ou café. Treze convidados bebem café, dez bebem chá e quatro bebem chá e café. Quantas pessoas tem nesse jantar? **Justifique**.

Questão 3. Seja n um número inteiro positivo. Considere a função f definida recursivamente por:

$$f(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n = 1 \\ f(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + 1 & \text{se } n > 1 \end{cases}$$

onde $\lfloor k \rfloor$ é o maior número inteiro menor ou igual a k. Determine o valor de $f(25)$, **justificando**.

Questão 4. Considere que o custo total para produzir x peças por dia em uma fábrica seja dado por $c(x) = \frac{1}{3}x^2 + 440x$ Reais e que o preço de venda de **uma peça** seja $v(x) = 500 - \frac{2}{3}x$ Reais. Determine a quantidade de peças x a serem produzidas por dia que maximize o lucro, assumindo que todas as x peças produzidas sejam vendidas.

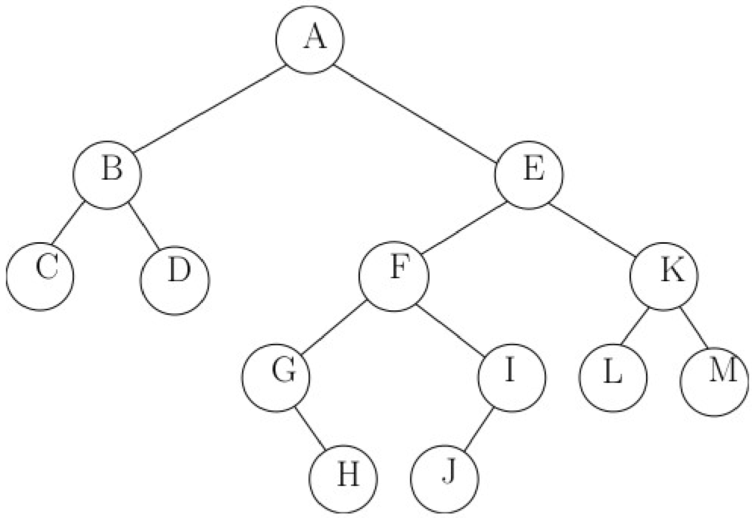
Questão 5. Um algoritmo é executado em 10 segundos para uma entrada de tamanho 50. Se o algoritmo é quadrático, quanto tempo em segundos ele gastará, aproximadamente, no mesmo computador, se a entrada tiver tamanho 100?

Questão 6. Considere as seguintes definições de ordens de percurso de uma árvore binária:

```
Ordem A:
se a árvore binária não for vazia, então:
  {
    visitar a raiz;
    percorrer a sub-árvore esquerda em Ordem B;
    percorrer a sub-árvore direita em Ordem B;
  }

Ordem B:
se a árvore binária não for vazia, então:
  {
    visitar a raiz;
    percorrer a sub-árvore direita em Ordem A;
    percorrer a sub-árvore esquerda em Ordem A;
  }
```

Determine a ordem dos nós visitados na árvore binária abaixo ao iniciar o percurso da árvore binária em `Ordem A`:



Questão 7. Considere a função `potencia` que calcula x^n, para x real e n inteiro:

```
function potencia(x,n)
if (x == 0) then
  return 0;
elseif (n == 0)
  return 1;
elseif (n < 0)
  return 1/potencia(x,abs(n))
elseif (modulo(n,2) == 1) // modulo(n,2) obtém o resto da divisão de n por 2
  return x * (potencia(x, (n-1)/2))^2;
else
  return potencia(x, n/2)^2;
end
```

Determine a ordem do tempo de execução de `potencia` em função de n ($T(n)$).

Questão 8. Com base nos paradigmas de projeto de algoritmos, relacione a coluna da esquerda com a coluna da direita:

(I) Tentativa e Erro	(A) Solução com garantia de distância da ótima
(II) Divisão e Conquista	(B) Subdivisão de problemas em partes menores, de tamanho semelhante
(III) Balanceamento	(C) Calcula a solução para os subproblemas, dos problemas menores para os maiores, armazenando os resultados parciais durante o processo, reutilizando-os assim que possível
(IV) Algoritmos Aproximados	(D) Geralmente exaurem-se todas as possibilidades para se encontrar uma solução. Todos os passos em direção à solução final são registrados. Se alguns dos passos não estiverem relacionados com a solução final, podem ser apagados
(V) Programação Dinâmica	(E) Divide problema em partes menores e combina sua solução em uma solução global

Questão 9. Considere um problema em que são dados 5 objetos com os seguintes pesos e valores

$$\text{pesos: } (W_1, W_2, W_3, W_4, W_5) = (6, 10, 9, 5, 12)$$
$$\text{valores: } (V_1, V_2, V_3, V_4, V_5) = (8, 5, 10, 15, 7)$$

Além disso, é dada uma mochila que suporta até 30 unidades de peso, para transportar os objetos. O objetivo do problema é preencher a mochila de tal forma que o valor total dos objetos a serem transportados seja o maior possível, mas sem exceder o limite de peso suportado pela mochila. Assuma que é possível colocar fração de um objeto na mochila. Determine o valor máximo obtido no preenchimento da mochila, **justificando**.

Questão 10. No procedimento abaixo, considere que a variável `x` foi definida globalmente, e que os parâmetros do procedimento `vr` são passados por valor:

```
procedimento vr(u,v) {
  u = 2*u;
  x = u+v;
  u = u - 1;
}
```

Determine o valor de `x` impresso no final do programa abaixo, **justificando**:

```
x = 4;
y = 2;
vr(x,y);
imprime(x);
```