

Tabela 1: Notas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	TOTAL

NOME/RG : .....

#### INSTRUÇÕES

1. Escreva com caneta o seu nome completo e o RG (ou outro documento com foto e de validade nacional, e, neste caso indicar qual documento utilizado) na **primeira** folha e nas **demais** apenas o RG, pois a correção da prova será às cegas;
2. Cada questão será corrigida por dois docentes;
3. As respostas devem ser transcritas com caneta esferográfica;
4. Use as folhas de rascunho distribuídas pela comissão para elaborar as resoluções das questões;
5. A prova tem duração de três horas (das 19h00 às 22h00);
6. Cada questão vale 01 (um) ponto;
7. Só serão consideradas para correção as respostas transcritas nas folhas indicadas;
8. As questões serão corrigidas considerando rigor técnico, clareza, ortografia/gramática e se a resposta está correta.

#### QUESTÕES

**Questão 1.** Defina:

- a) Parâmetros (argumentos) de um método e valor de retorno;
- b) Classe;
- c) Objeto;
- d) Encapsulamento;
- e) Herança;
- f) Polimorfismo.

**Questão 2.** Com relação ao comportamento assintótico (*i.e.* para entradas de tamanho arbitrariamente grande), o que é computacionalmente menos, mais ou igualmente custoso, em termos de complexidade de algoritmos (justifique a sua resposta):

- a) Procurar um elemento em um vetor ordenado ou em um vetor não ordenado;

- b) Procurar um elemento em uma árvore binária de busca balanceada ou em um vetor ordenado;
- c) Procurar um elemento em uma árvore binária qualquer ou em um vetor desordenado;
- d) Procurar um elemento em um vetor ordenado ou em uma árvore binária qualquer;
- e) Procurar um elemento em um vetor não ordenado ou em uma árvore binária de busca.

**Questão 3.** Encontre os valores reais de  $x$  que satisfaçam a inequação

$$x^2 - 3x < -2.$$

**Questão 4.** Ordene os seguintes números em ordem crescente:

$$\left\{ -\frac{7}{5}, \frac{5}{7}, -\frac{5}{7}, \sqrt[3]{8}, \cos^2 5 + \operatorname{sen}^2 5, \pi, \frac{7}{5}, \frac{1000}{999} \right\}.$$

**Questão 5.** Considerando a função

$$f(x) = \cos(2x),$$

calcule:

1.  $f(0)$ ;
2.  $\frac{1}{f(\pi)}$ ;
3.  $\frac{df}{dx}$  (derivada de  $f$  em relação a  $x$ );
4.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$  (integral de  $f$  definida no intervalo  $[0, \frac{\pi}{2}]$ ).

**Questão 6.** O seu trabalho de mestrado envolve a implementação dos algoritmos  $A$  e  $B$ , cujas ordens de complexidade estão em  $\Theta(n)$  e  $\Theta(n \log n)$ , respectivamente. Após a implementação, o tempo de execução dos algoritmos  $A$  e  $B$ , para entradas de diferentes tamanhos, são mostrados na tabela a seguir. Assumindo que as implementações de  $A$  e  $B$  estão corretas, é possível afirmar que esses tempos são coerentes com a teoria de análise de algoritmos? Justifique a sua resposta (dica: considere  $\log$  na base 10, em que  $\log_{10} 10^n = n$ ).

tamanho da entrada	tempo (milisegundos)	
	algoritmo $A$	algoritmo $B$
$10^0$	3,001	1,001
$10^1$	3,01	1,01
$10^2$	3,1	1,2
$10^3$	4	4
$10^4$	13	41
$10^5$	103	501
$10^6$	1003	6001
$10^7$	10003	70001
$10^8$	100003	800001

**Questão 7.** Escreva o código de uma função em linguagem C, C++ ou Java que receba dois segmentos de reta, um horizontal e o outro vertical, e devolve 1 se os segmentos se intersectam<sup>1</sup> e 0 caso contrário. Não use nenhuma biblioteca!

<sup>1</sup>Os segmentos são fechados, isto é, contêm suas extremidades.

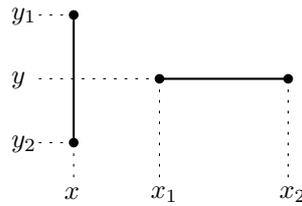


Figura 1: um segmento horizontal e outro vertical.

Todos os pontos envolvidos possuem coordenadas inteiras. Os pontos que definem o segmento horizontal são  $(x_1, y)$  e  $(x_2, y)$ . Os que definem o segmento vertical são  $(x, y_1)$  e  $(x, y_2)$ . Sua função deve ter a seguinte declaração:

```
int intersect(int x1, int x2, int y, int y1, int y2, int x);
```

**Questão 8.** O Professor Progresso encontrou um algoritmo de ordenação baseado em comparações que gasta tempo  $O(n \log \sqrt{n})$ . Considerando-se o limitante inferior para o tempo de ordenação, isso é possível? Justifique.

**Questão 9.** Escreva o código de uma função em linguagem C, C++ ou Java que permita decidir se um vetor  $v[0..n-1]$  é estritamente crescente. Um vetor  $v[0..n-1]$  é dito estritamente crescente se, para todo  $i = 1, \dots, n-1$ ,  $v[i-1] < v[i]$ . A função devolverá um valor positivo se o vetor for estritamente crescente. Caso contrário, devolve -1. Não use nenhuma biblioteca! Sua função deve ter a seguinte declaração: `int ec(int v[]);`

**Questão 10.** Um número inteiro positivo  $n$  é *feliz* se o procedimento descrito a seguir terminar após um número finito de iterações. Inicializa-se uma variável  $k$  com o valor de  $n$ . Cada iteração do procedimento consiste em substituir o valor de  $k$  pela soma do quadrado de cada um de seus dígitos. O procedimento consiste em repetir as iterações até que  $k$  contenha o valor 1. Faça um algoritmo que verifica se um número  $n$  é feliz em até 100 iterações.

Exemplo de número feliz:

$$\begin{aligned} 19 &= 1^2 + 9^2 = 82 \\ 82 &= 8^2 + 2^2 = 68 \\ 68 &= 6^2 + 8^2 = 100 \\ 100 &= 1^2 + 0^2 + 0^2 = 1 \end{aligned}$$

**RG:** .....  
Resolução das Questões 01 e 02

**RG:** .....  
Resolução das Questões 03 e 04

**RG:** .....  
Resolução das Questões 05 e 06

**RG:** .....  
Resolução das Questões 07 e 08

**RG:** .....  
Resolução das Questões 09 e 10